

การวิจัยในชั้นเรียน
(Classroom Action Research)



เรื่อง

การศึกษาผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม

โดย

รองศาสตราจารย์ ศักดิ์ชัย คีรีศรี
อาจารย์ผู้สอนวิชา คณิตศาสตร์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

064199
510.2462
ก 324
2555

คณะศิลปศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรังสิต

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาผลการใช้นบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม โดยการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการใช้แบบฝึกเรียนด้วยตนเอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาคณะสถาปัตยกรรมจำนวน 15 คน เลือกตัวอย่างแบบเจาะจงโดยเลือกจากนักศึกษาที่ได้คะแนนจากการสอบกลางภาคต่ำในรายวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด ได้แก่ บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม จำนวน 1 ชุด และแบบทดสอบเรื่องวงกลม จำนวน 1 ชุด สัดส่วนที่ใช้ในการวิจัย คือ คะแนนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างสูงขึ้น



กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้จะไม่สามารถดำเนินการลุล่วงได้ด้วยดี หากผู้วิจัยไม่ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากคณะศิลปศาสตร์ ผู้วิจัยจึงขอขอบคุณ อาจารย์ถนนศรี เจนวิถีสุข คณบดีคณะศิลปศาสตร์ รวมทั้งคณะกรรมการพิจารณาให้ทุนอุดหนุนการวิจัยทุกท่านไว้ ณ โอกาสนี้

ศักดิ์ชัย คีรีศรี
รองศาสตราจารย์



สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	1
สมมุติฐานการวิจัย	1
ขอบเขตของการวิจัย	1
นิยามศัพท์เฉพาะ	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
ข้อจำกัดของการวิจัย	2
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
แบบแผนการทดลอง	3
บทเรียนสำเร็จรูป	4
งานวิจัยในประเทศไทย	10
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	13
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	13
แบบแผนการทดลอง	13
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	13
วิธีการสร้างเครื่องมือ	14
การเก็บรวบรวมข้อมูล	14
การวิเคราะห์ข้อมูล	15
สถิติที่ใช้ในการวิจัย	15
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	16
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	17
สรุปผลการวิจัย	17
อภิปรายผล	18
ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้	18
ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป	18
บรรณานุกรม	19

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	20
บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม	21
แบบทดสอบเรื่องวงกลม	32



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหา

วงกลมเป็นเนื้อหาวิชาทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้แก่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ สาขาวิชานอกจากนี้ การสอนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยพบว่า นักศึกษามีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ก่อนเข้ามาศึกษาในมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลคริสเตียนอย่างทุกปี ก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก นอกจากนี้ การเรียนบรรยายจากอาจารย์ผู้สอนในห้องเรียนเพียงอย่างเดียว นักศึกษามักจะตามเนื้อหาไม่ทัน และบางครั้งนักศึกษาคาดคะเนอั้นเนื่องจากปัญหาต่าง ๆ ทำให้ไม่สามารถเรียนรู้ในเนื้อหาที่อาจารย์ผู้สอนได้บรรยายไปแล้ว ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม เพื่อศึกษาผลการนำมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น ซึ่งจะช่วยให้นักศึกษาได้มีบทเรียนสำเร็จรูปไว้ใช้ในการศึกษาด้วยตนเอง อันเป็นอีกแนวทางหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- เพื่อศึกษาผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม
- เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์จากการเรียนจากการใช้บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

สมมุติฐานการวิจัย

ผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มประชากรในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 36 คน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม เลือกตัวอย่างโดยการสุ่มแบบเจาะจง จำนวน 15 คน

เนื้อหา

เรื่องวงกลม

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

ตัวแปรอิสระ (ตัวแปรทดลอง) คือ บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม

ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม

นิยามศัพท์เฉพาะ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนคิดของนักศึกษาที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
ความรู้เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

นักศึกษา หมายถึง นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม ชั้งลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เบื้องต้นในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

แบบฝึกเรียนด้วยตนเอง หมายถึง บทเรียนซึ่งประกอบไปด้วยเนื้อหาเรื่องวงกลม พร้อม
แบบฝึกหัด และเฉลย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับสำหรับการวิจัยครั้งนี้คือ

1. ได้แบบฝึกเรียนด้วยตนเองเรื่องวงกลม

2. ได้แนวทางปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ อันนำไปสู่การพัฒนาผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักศึกษาให้สูงขึ้น

ข้อจำกัดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยภายนอกชั้นเรียนเพื่อมุ่งแก้ไขปัญหาการที่นักศึกษาไม่เข้าใจในการเรียนเรื่องวงกลม ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนก่อนการทดลองและหลังการทดลองว่ามีความแตกต่างหรือไม่ โดยไม่ได้มุ่งหวังอ้างอิงผลสรุปการวิจัยไปสู่ประชากรทั้งหมด ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้ จึงไม่มีการทดสอบสมมุติฐานทางสถิติ สำหรับเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยไม่ได้ทำการวิเคราะห์หาคุณภาพของเครื่องมือ แต่อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้ทำการบททวนตรวจสอบความครอบคลุมจุดประสงค์ด้านเนื้อหาและรูปแบบของคำถามที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ด้วยตนเองหลายครั้ง

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การเสนอเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องครั้งนี้ผู้วิจัยได้เสนอเอกสารและงานวิจัยเป็นลำดับ
ดังนี้

แบบแผนการทดลองแบบทำการทดสอบก่อน – หลังการทดลองกับกลุ่ม 1 กลุ่ม
บทเรียนสำเร็จรูป
งานวิจัยในประเทศ

**แบบแผนการทดลอง (Experimental Design) แบบทำการทดสอบก่อน – หลังการทดลอง
กับกลุ่ม 1 กลุ่ม (One – Group Pretest – Posttest Design)**

การวิจัยเชิงทดลองเป็นการค้นคว้าหาข้อเท็จจริงภายใต้เงื่อนไขที่ได้จัดกระทำขึ้นโดยผู้วิจัย เพื่อควบคุมตัวแปรที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพื่อมุ่งหาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผลของตัวแปรที่ศึกษา ด้วยการให้การทดลองกับกลุ่มทดลองแล้วเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้นระหว่างกลุ่มทดลอง (Experimental Group) กับกลุ่มควบคุม (Control Group) ที่ไม่ให้การทดลอง โดยทั่วไป การวิจัย เชิงทดลองจะเกี่ยวข้องกับการทดสอบสมมุติฐาน ตัวแปรหลักที่สำคัญในการทดลองคือ ตัวแปร อิสระและตัวแปรตาม ตัวแปรอิสระจะถูกจัดกระทำหรือเปลี่ยนแปลงโดยผู้วิจัย ตัวแปรตามคือ ตัวแปรซึ่งมีผลกระทำอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรอิสระ ซึ่งจะถูกวัดหรือสังเกต แต่ ไม่ได้ถูกจัดกระทำโดยผู้วิจัย แบบแผนการทดลอง (Experimental Design) แบบทำการทดสอบ ก่อน - หลังการทดลองกับกลุ่ม 1 กลุ่ม (One – Group Pretest – Posttest Design) มีลักษณะดังนี้

สอนก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอนหลัง
y1	x	y2

x แทนตัวแปรอิสระ ซึ่งถูกจัดกระทำขึ้นโดยผู้วิจัยและหมายถึงตัวแปรทดลอง หรือการให้ การทดลองหรือการให้การปฏิบัติ (treatment)

- y1 แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรตามก่อนการให้การทดลองคือตัวแปร x
- y2 แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรตามหลังการให้การทดลองคือตัวแปร x

แบบการทดลองนี้ จะมีขั้นตอน คือ มีการวัดตัวแปรตามก่อน จากนั้นทำการทดลองโดยให้ วิธีการปฏิบัติ (treatment) ความแตกต่างที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการให้การปฏิบัติพิจารณาจากการ เปรียบเทียบคะแนนสอบก่อนและสอบหลัง ตัวอย่างของการใช้รูปแบบนี้ คือ สมมุติว่าครูประถม ต้องการประเมินประสิทธิภาพของวิธีสอนแบบใหม่ที่มีต่อนักเรียนประถม 4 วิชาสังคม เมื่อเริ่มเปิด เทอม นักเรียนได้ถูกทดสอบ โดยแบบทดสอบมาตรฐานเพื่อวัดคุณลักษณะที่ในการเรียนวิชาสังคม จากนั้นครูก็นำเอาวิธีสอนแบบใหม่มาทำการสอน แล้วปลายทาง ครูก็ใช้แบบทดสอบมาตรฐานชุด นั้นมาสอบอีกครั้งหนึ่ง และนำคะแนนของการสอบครั้งแรกและครั้งที่สองมาเปรียบเทียบกัน เพื่อคุ ว่าจะมีความแตกต่างกันหรือไม่ อันเนื่องมาจากการใช้วิธีสอนแบบใหม่ (x) ดังนั้น แบบนี้จะมี 1 กลุ่ม และครูคนเดียว วิธีนี้คือเหมือนมันจะควบคุมความแตกต่างภายในระหว่างตัวอย่างและ สถานการณ์ของตัวแปรได้ แต่ข้อจำกัดของวิธีนี้คือ เนื่องจากไม่มีกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงไม่สามารถ สรุปได้ว่าความเปลี่ยนแปลงระหว่างการสอบก่อนและหลังนั้น เกิดขึ้นเนื่องจากการให้การปฏิบัติ ดังนั้น มันอาจจะเป็นไปได้ที่ความเปลี่ยนแปลงนั้นเกิดขึ้นเนื่องมาจากตัวแปรภายนอก รูปแบบนี้จึง ขาดความตรงกายใน ตัวแปรภายนอกที่อาจจะเกิดขึ้นได้แก่ ประวัติ และวุฒิภาวะ ตัวอย่างของ ประวัติ เช่น ในกรณีศึกษาวิชาสังคมช่วงเวลาที่มีการเลือกตั้งอาจทำให้นักศึกษามีความสนใจวิชา สังคมมากขึ้น หรือ นักศึกษาอาจเกิดเป็นโรคตานแดงระบาดซึ่งทำให้ผลลัพธ์ทางการเรียนลดลง ส่วนวุฒิภาวะซึ่งเป็นการที่ผู้เรียนเกิดความเปลี่ยนแปลงไปเองเมื่อเวลาผ่านไประหว่างการสอบก่อน และสอบหลังนั้น ผู้เรียนอาจจะมีความเจริญทางด้านสมอง ความคิด และ ร่างกายขึ้น ดังนั้น ถ้าช่วง การทดสอบก่อนและหลังห่างกันนานเกินไป ประวัติและวุฒิภาวะ จะเป็นตัวแปรภายนอกที่มีผลต่อ ความตรงกายในเป็นอย่างมาก และบางที่การที่มีการสอบก่อนก็อาจทำให้ผลของการทดสอบครั้ง หลังเพิ่มขึ้นโดยไม่ต้องให้การปฏิบัติใด ๆ เลย กล่าวคือ การวัดครั้งแรกอาจทำให้ผู้ถูกวัดมีการ ตอบสนองต่อการวัดนั้นโดยไม่ต้องให้การปฏิบัติใด ๆ เช่น ในการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของ เทคโนโลยี ตัวแบบวัดเทคโนโลยีอาจทำให้ผู้ถูกวัดหรือกลุ่มตัวอย่างที่ทำแบบทดสอบเกิดการ เปลี่ยนแปลงไปได้อันเนื่องจากตัวเนื้อหาของข้อคำถามนั้น โดยมิได้รับการปฏิบัติใด ๆ เช่น คำถามที่ว่า “ท่านชอบเรียนโดยวิธีการทดลองจากของจริง ไหม” ผู้ตอบอาจตอบว่าชอบ โดยที่ยัง ไม่ได้มีการทดลองสอนเลย เป็นต้น (ศักดิ์ชัย คีรศรี. 2553 : 60)

บทเรียนสำเร็จรูป (อัญชลี ธรรมวิธีกุล. 2553)

บทเรียนสำเร็จรูป หมายถึง บทเรียนที่ผู้สอนจัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ในแต่ละสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแต่ละ บทเรียน โดยเริ่มจากเนื้อหาสาระที่ง่าย ๆ ไปสู่เนื้อหาที่ยากขึ้นไปตามลำดับ เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้น โดยกำหนดคัดคุณประสงค์ เนื้อหา วิธีการ และสื่อการเรียนการสอน ไว้ล่วงหน้า ผู้เรียนสามารถศึกษา กันคัว และประเมินผลการเรียนด้วยตนเองตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ บทเรียนสำเร็จรูป อาจใช้

สำหรับศึกษาเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม ซึ่งอาจจะพบว่ามีชื่อเรียกแตกต่างกันไป ตามลักษณะของการนำไปใช้ เช่น บทเรียนสำเร็จรูป แบบเรียนสำเร็จรูป บทเรียนโปรแกรม โปรแกรมการสอน แบบฝึกเรียนด้วยตนเอง เป็นต้น ถึงแม้ว่าจะมีชื่อเรียกแตกต่างกัน แต่ลักษณะโดยทั่วไปของบทเรียนสำเร็จรูป มีความคล้ายคลึงกัน คือเป็นวิธีการจัดกระบวนการเรียนรู้วิธีหนึ่ง

จุดมุ่งหมายของบทเรียนสำเร็จรูป

1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างเต็มความสามารถ โดยครูโดยให้คำแนะนำช่วยเหลือเมื่อผู้เรียนมีปัญหา
2. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ไปตามลำดับขั้น จากง่ายไปยาก
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประเมินตนเอง และทราบถึงพัฒนาการในการเรียนรู้ของตนเอง
4. เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความภาคภูมิใจ เมื่อประสบความสำเร็จในการเรียนรู้

หลักการเรียนรู้ด้วยบทเรียนสำเร็จรูป

1. ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม หรือมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรม
2. ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง และรู้คำตอบได้ทันที
3. มีการเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดความภาคภูมิใจเมื่อสามารถปฏิบัติได้ถูกต้อง และมีความพยายามที่จะแก้ไขส่วนที่บกพร่อง
4. ผู้เรียนได้เรียนรู้ไปที่ละลำดับ จากง่ายไปยากตามศักยภาพและความสามารถของแต่ละคน

ลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูป

ลักษณะสำคัญของบทเรียนสำเร็จรูป คือ การออกแบบการบรรจุเนื้อหาและสาระการเรียนรู้ ออกเป็น กรอบ (Frame) ซึ่งเนื้อหาและสาระการเรียนรู้ดังกล่าววนั้นจะนำมาจัดทำเป็นหน่วยการเรียนรู้ย่อย ๆ แล้วบรรจุเนื้อหาสาระการเรียนรู้หน่วยย่อย ๆ ดังกล่าวลงไปในกรอบแต่ละกรอบให้มีความสัมพันธ์และเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก กรอบสาระการเรียนรู้ (Frame) ในแต่ละกรอบของบทเรียนสำเร็จรูปประกอบด้วย

1. การอธิบายเนื้อหา
2. แบบประเมินผลก่อนเรียน
3. เนื้อหาสาระและกิจกรรมการเรียนรู้
4. คำถาม
5. เนตรคำตอบ
6. แบบประเมินผลหลังเรียน

ชนิดของกรอบในบทเรียนสำเร็จรูป

กรอบสาระการเรียนรู้ในบทเรียนสำเร็จรูปกำหนดไว้ 4 ชนิด ดังนี้

1. กรอบตั้งต้น (Set Frame) เป็นกรอบที่เป็นเสมือนกรอบนำเข้าสู่บทเรียน ในกรอบนี้จะเป็นข้อมูลการเรียนรู้หลักการ ทฤษฎี และคำถานง่าย ๆ ที่กำหนดให้ผู้เรียนตอบคำถามได้ถูกต้องทั้งนี้เพื่อเป็นการให้กำลังใจหรือเสริมแรงให้มีความสุขกับการเรียนรู้

2. กรอบฝึกหัด (Practice Frame) เป็นกรอบที่ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกหัดทำกิจกรรมที่มีเนื้อหาสาระเชื่อมโยงมาจากกรอบตั้งต้น ในกรอบฝึกหัดนี้เป็นกรอบสำหรับการฝึกหักษะ เช่น การอ่าน การคิด การวิเคราะห์ และการเขียน ซึ่งเนื้อหาสาระการเรียนรู้จะเพิ่มมากขึ้นกว่ากรอบตั้งต้น

3. กรอบรองกรอบส่งท้าย (Sub-Terminal Frame) เป็นกรอบการเรียนรู้ก่อนที่จะถึงกรอบการเรียนรู้ สรุป ที่ผู้เรียนได้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้มาตามลำดับ โดยมีเนื้อหาสาระที่เข้มข้นขึ้นทั้งนี้ เพื่อให้ผู้เรียนใกล้จะสรุปองค์ความรู้ที่สมบูรณ์ที่ผ่านกระบวนการเรียนรู้จากบทเรียนสำเร็จรูปได้อย่างชัดเจนถูกต้อง

4. กรอบส่งท้าย (Terminal Frame) เป็นกรอบสาระการเรียนรู้สรุปสุดท้าย หรือกรอบจบของบทเรียนสำเร็จรูป เป็นกรอบที่มีเนื้อหาสาระเข้มข้น และมากกว่ากรอบสาระการเรียนรู้อื่นที่ผ่านมา

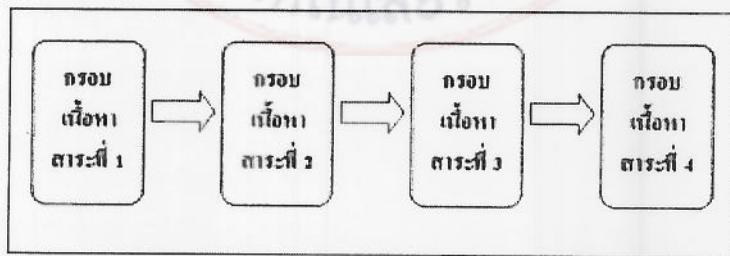
ชนิดของบทเรียนสำเร็จรูป

ในปัจจุบันบทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มี 3 ชนิด ได้แก่

1. บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง (Linear Programme)
2. บทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขา (Branchine Programme)
3. บทเรียนสำเร็จรูปแบบไม่แยกกรอบ

บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง (Linear Programme)

บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรงจะจัดทำเป็นกรอบเนื้อหาสาระเรียงลำดับไว้ตั้งแต่กรอบที่ 1-2-3... จนถึงกรอบจบ ตามที่ผู้สอนได้ออกแบบไว้ ลักษณะกรอบเนื้อหาสาระสำหรับการเรียนรู้จะมีลักษณะดังนี้



กิจกรรมการเรียนรู้ของบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง

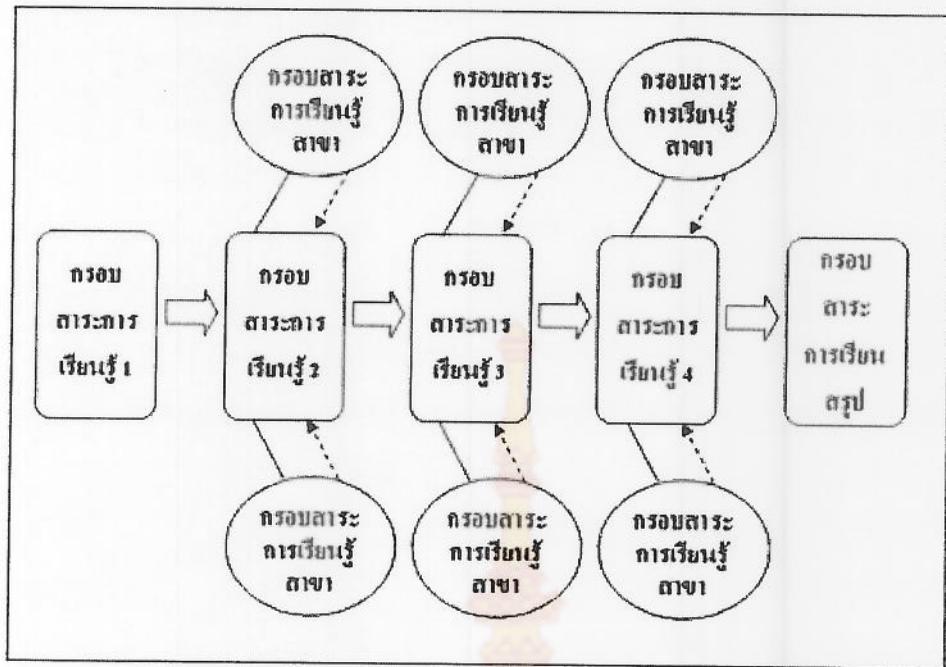
การเรียนรู้ตามบทเรียนสำเร็จรูปแบบสืบต่อง ผู้เรียนจะเริ่มต้นกิจกรรมการเรียนรู้ในกรอบเนื้อหาสาระการเรียนรู้ที่ 1-2-3-4 หรือมากกว่านี้ตามลำดับต่อเนื่องกันไปจนถึงกรอบเนื้อหาสาระสุดท้ายซึ่งเป็นกรอบจบ มีคำถามเสมอว่าการเรียนรู้ตามบทเรียนสำเร็จรูปจะเรียนรู้ขั้นกรอบได้หรือไม่ คำตอบก็คือไม่ได้ เพราะผู้สอนได้ออกแบบเนื้อหาสาระการเรียนรู้จากง่ายไปยากมาก ซึ่งเนื้อหาทั้งหมดจะสามารถสัมพันธ์ต่อเนื่องกันไป ถ้าขั้นกรอบการเรียนรู้ได้กรอบการเรียนรู้หนึ่งเนื้อหาสาระจะขาดหายไป การเรียนรู้จะไม่เป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ ลักษณะเด่นของบทเรียนสำเร็จรูปแบบสืบต่องก็คือผู้เรียนเก่งจะเรียนรู้ได้เร็วและจบเร็ว การทำบทเรียนก็ง่าย เพราะแต่ละกรอบสาระการเรียนรู้จะบรรจุเนื้อหาสาระไม่มากนัก

บทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขา (Branchine Programme)

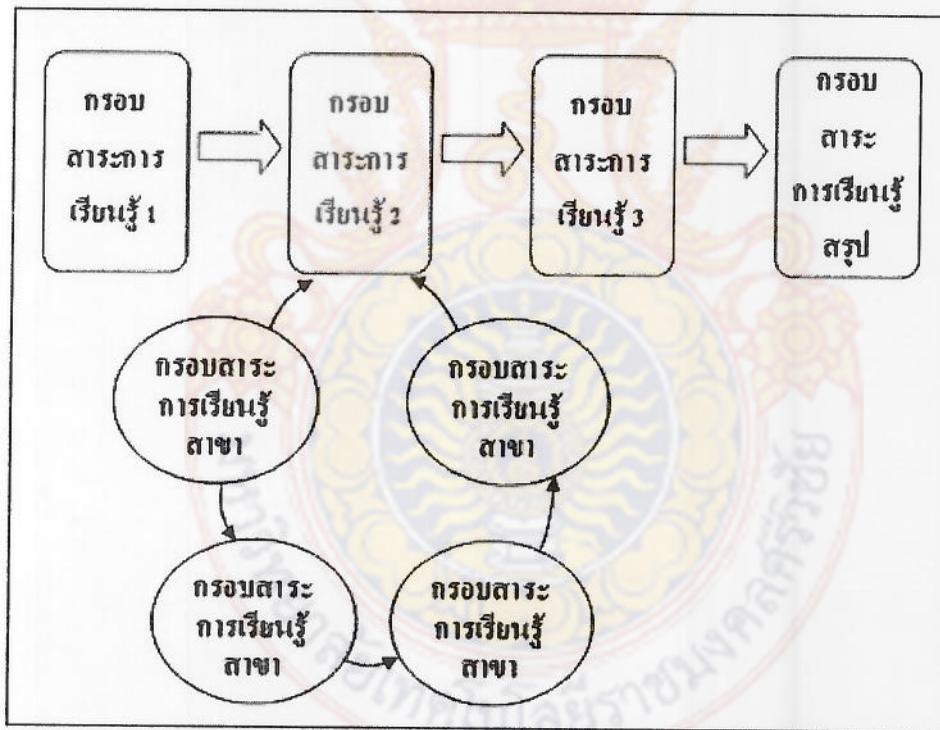
บทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขาเป็นบทเรียนที่มีการจัดเนื้อหาสาระการเรียนรู้ เป็นกรอบการเรียนรู้หลัก (กรอบยืน) เมนูอนบทเรียนสำเร็จรูปแบบสืบต่อง แต่มีความแตกต่างเพิ่มเติมตรงที่นอกจากจะมีกรอบสาระการเรียนรู้หลักแล้ว จะมีกรอบสาระการเรียนรู้สาขาเพิ่มเติมหรือกรอบสาระการเรียนรู้สาขาเข้ามา

กรอบสาระการเรียนรู้สาขา

กรอบสาระการเรียนรู้สาขาเป็นกรอบที่มีเนื้อหาสาระการเรียนรู้พื้นฐานเพิ่มเติมแก่ผู้เรียนที่ยังขาดความพร้อมยังไม่เข้าใจเนื้อหาสาระหรือยังไม่พร้อมที่จะเรียนรู้ในกรอบต่อไปในแต่ละกรอบสาระการเรียนรู้หลัก จะมีกรอบสาขาวิชาการเรียนรู้ 1 หรือ 2 กรอบเสมอ หัวนี้เพื่อให้ผู้เรียนที่ตอบคำถามผิดพลาดได้มีโอกาสศึกษาเรียนรู้เพิ่มเติมในกรอบสาระการเรียนรู้สาขา

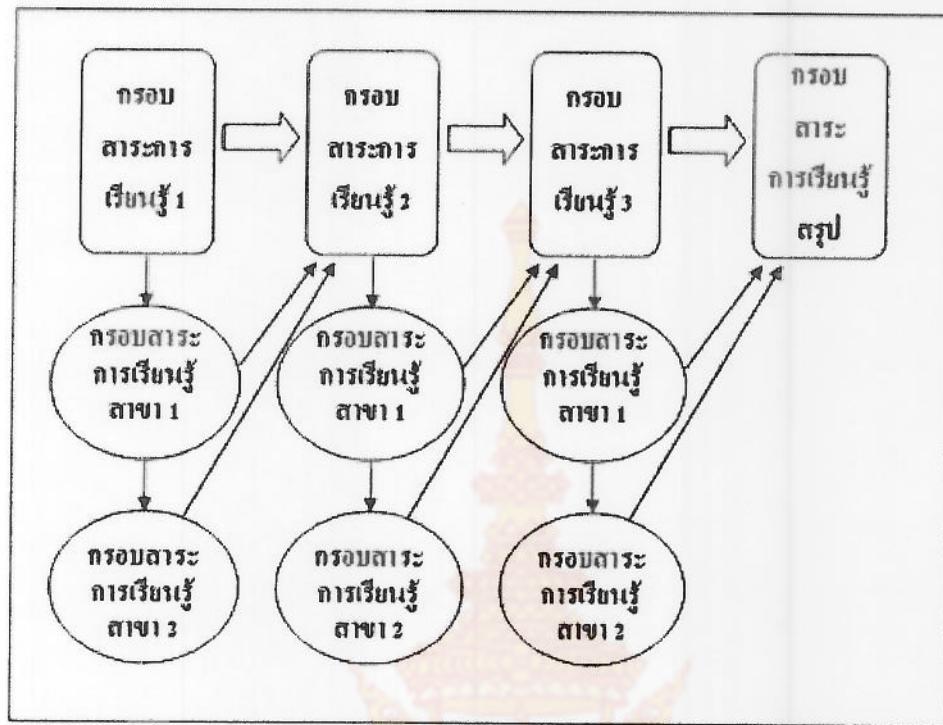


บทเรียนสำหรับรูปแบบสาขายังมีอีกหลายรูปแบบ ดังนี้

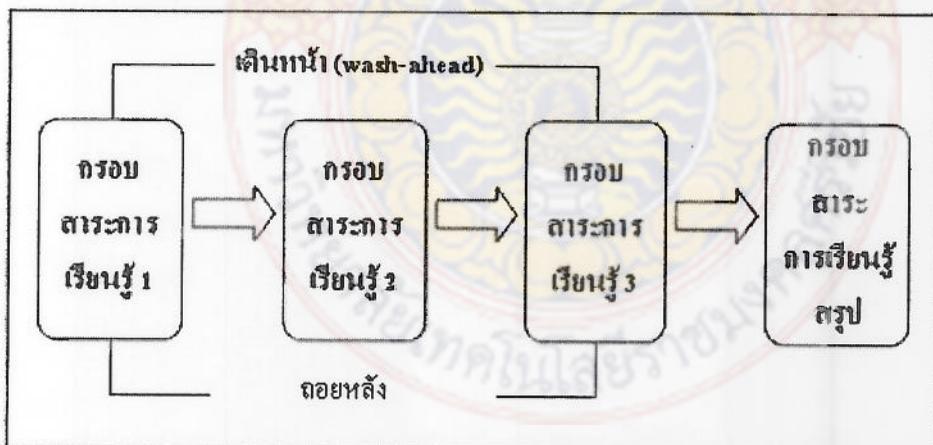


กรอบสาขาวัดกกล่าวนี้เรียกว่า Remedial Loops ถ้าผู้เรียนไม่สามารถตอบคำถามในกรอบสาระการเรียนรู้หลักได้แล้วจะต้องเข้าไปศึกษาเรียนรู้เพิ่มเติมในกรอบสาระการเรียนรู้สาขาที่แตกแขนงของมาตั้งแต่สองสาขาวิชานี้ไป ศึกษาสาระการเรียนรู้สาขาแรกแล้วก็สามารถกลับไปศึกษาในกรอบสาระการเรียนรู้หลักได้ในทันที แต่ถ้ายังไม่ผ่านก็ศึกษาในสาระการเรียนรู้สาขาอื่น ๆ จน

พร้อมแล้วจึงกลับไปศึกษาและทดสอบในกรอบสาระการเรียนรู้หลักอีกครั้ง เมื่อผ่านแล้วก็ศึกษาในกรอบฯ ดังไป



กรอบสาขาลักษณะนี้เรียกว่า Secondary Tracks เมื่อผู้เรียนศึกษาเรียนรู้ในกรอบสาระการเรียนรู้ที่ 1 และสามารถตอบคำถามได้ก็ผ่านไปเรียนรู้ในกรอบฯ ที่ 2 ถ้าไม่ผ่านต้องกลับไปศึกษาในกรอบฯ สาขา 1 ถ้าตอบได้ถูกต้องก็ไปเรียนในกรอบฯ ที่ 2 แต่ถ้าตอบผิดก็ต้องไปเรียนในกรอบสาขาฯ 2 จนกว่าจะผ่าน



กรอบสาขาประเภทนี้เรียกว่า Gate Frame เมื่อศึกษาในกรอบสาระการเรียนรู้ 1 แล้วสามารถที่จะข้ามกรอบฯ ไปข้างหน้าได้หลายกรอบ แต่เมื่อข้ามกรอบฯ ไปแล้วไม่สามารถตอบคำถามในกรอบฯ ที่ข้ามได้ต้องถอยกลับคืนไปกรอบฯ ที่ 1 เพื่อศึกษาเพิ่มเติมอีกครั้ง เป็นดัง

จากเอกสารที่ผู้วิจัยได้นำเสนอมาทำให้เกิดแนวในการดำเนินการวิจัยโดยการใช้รูปแบบ การวิจัยแบบทำการทดสอบก่อน – หลังการทดลองกับกลุ่ม 1 กลุ่ม (One – Group Pretest – Posttest Design) เพื่อศึกษาผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบผลของบทเรียน สำเร็จรูปที่สร้างขึ้นว่าจะมีคุณภาพหรือไม่ นอกจากนี้ในส่วนของการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับ บทเรียนสำเร็จรูปทำให้ผู้วิจัยได้นำมาเป็นแนวในสร้างแบบฝึกเรียนด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยใช้รูปแบบ บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง (Linear Programme) เนื่องจากเป็นรูปแบบที่ง่ายต่อการสร้างและการใช้งาน

064199

งานวิจัยในประเทศ

นิตยา ตระกูลไทย (2552) “ได้พัฒนาและการทดลองใช้หนังสืออ่านเพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทศบาลบ้านคริมหาราชา โดยมีความนุ่มนิยมของการศึกษา ดังนี้”

- 1) เพื่อพัฒนาและการตรวจสอบประสิทธิภาพของหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
- 2) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการใช้หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้
- 3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนเทศบาลบ้านคริมหาราชา จำนวน 30 คน การศึกษาครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยใช้แบบแผนการศึกษา Pre-Experimental Design แบบ One-Group Pretest Posttest Design

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ประกอบด้วย

- 1) หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้
- 2) คู่มือการขัดการเรียนรู้ด้วยหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้
- 3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4) แบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนด้วยหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

การพัฒนาและการทดลองใช้หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 pragkupt ดังนี้

1. หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มี ประสิทธิภาพ 81.76/80.67 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม ชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียน ด้วยหนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไม่รู้ อู้ยู่ในระดับมากที่สุด

มาเดิม จันทร์พร (2551) ได้ทดลองใช้คู่มือการศึกษาแหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจ พอเพียง สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ศูนย์ชัยพัฒนาการเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อ

1. ศึกษาประสิทธิภาพของคู่มือการศึกษา แหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจพอเพียงศูนย์ชัยพัฒนา เกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาก่อนและหลังเรียนโดยใช้คู่มือ การศึกษาแหล่งเรียนรู้เศรษฐกิจพอเพียงชัยพัฒนาเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร
3. ศึกษาความพึงพอใจของนักศึกษาที่มีต่อการศึกษาแหล่งเรียนรู้โดยใช้คู่มือการศึกษา แหล่งเรียนรู้เศรษฐกิจพอเพียงศูนย์ชัยพัฒนาเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาศูนย์การศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัยอำเภอ บางมูลนาก จังหวัดพิจิตร ที่ศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 52 คน การเลือก กลุ่มตัวอย่าง ใช้วิธีการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาได้แก่

1. คู่มือการศึกษาแหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจพอเพียง สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ศูนย์ชัยพัฒนาการเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร ประกอบด้วยชุดการเรียนรู้ 11 ชุด คือ การปลูกพืชผักปลอดสารพิษ การเพาะเห็ดในโรงเรือน การเลี้ยงปลาดุกในบ่อ พลาสติก การเลี้ยงกุน การปลูกพืชสมุนไพร การผลิตปุ๋ยอินทรีย์ การผลิตเมล็ดพันธุ์ข้าว การเพาะพันธุ์ป้านิล การเพาะเลี้ยงปลาสวยงามและปลา กัด การเลี้ยงโคนน์ พันธุ์ไม้มัดและไม้หายาก องค์ประกอบของคู่มือ ประกอบด้วย คำชี้แจง ชื่อจุดเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ในความรู้ แบบบันทึกกิจกรรม และแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 เลือก จำนวน 40 ข้อ

3. แบบประเมินความพึงพอใจของนักศึกษาที่มีต่อคู่มือศึกษาคู่มือศึกษาแหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจพอเพียง สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ชัยพัฒนาเกษตร

สิรินธร จังหวัดพิจิตร เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ จำนวน 10 ข้อ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการศึกการศึกษา สรุปได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของ คู่มือการศึกษาแหล่งเรียนรู้เศรษฐกิจพอเพียง สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ชั้นพัฒนาเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร มีค่าประสิทธิภาพ (E1/E2) เท่ากับ 82.38/81.01 จึงสรุปได้ว่าคู่มือมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนด 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 32.40 คะแนนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนซึ่งมีคะแนนเท่ากับ 19.54 คะแนน เมื่อนำไปเปรียบเทียบคะแนนหลังเรียนและก่อนเรียน โดยใช้ t-test พบว่าคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความพึงพอใจของนักศึกษาที่มีต่อการศึกษาแหล่งเรียนรู้โดยใช้คู่มือการศึกษาแหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจพอเพียง สำหรับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ชั้นพัฒนาเกษตรสิรินธร จังหวัดพิจิตร มีความพึงพอใจโดยรวมและรายด้านในระดับมากที่สุด คือ ขนาดของรูปเล่มเหมาะสม และสวยงาม ตัวอักษรชัดเจน อ่านง่าย ภาพประกอบสวยงามและสอดคล้องกับเนื้อหา เนื้อหาสาระมีประโยชน์ต่องกับความต้องการของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียงมากขึ้น กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ คู่มือสามารถเป็นแนวทางในการเรียนรู้กับแหล่งเรียนรู้อื่น ๆ ได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่าบทเรียนสำเร็จรูปช่วยเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนและนักเรียนมีความพึงพอใจกับการเรียนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป



บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

**การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการดังต่อไปนี้
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง**

กลุ่มประชากรในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม ที่ลงทะเบียนเรียน วิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม เลือกตัวอย่างโดยการสุ่มแบบเจาะจง จำนวน 15 คน โดยเลือกนักศึกษาที่มีคะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้นในการสอบกลางภาคต่อมาทำการศึกษา

แบบแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงเตรียมทดลอง (Pre-Experimental Design) โดยใช้รูปแบบ การทดลองแบบทำการทดสอบก่อน - หลังการทดลองกับกลุ่ม 1 กลุ่ม (One – Group Pretest – Posttest Design)

สอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
y1	X	y2

x แทนตัวแปรอิสระ ซึ่งถูกจัดทำขึ้นโดยผู้วิจัยและหมายถึงตัวแปรทดลอง หรือการให้ การทดลองหรือการให้การปฏิบัติ (treatment)

y1 แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรตามก่อนการให้การทดลองด้วยตัวแปร x

y2 แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรตามหลังการให้การทดลองด้วยตัวแปร x

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มี 2 ชนิด ได้แก่

- บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม จำนวน 1 ชุด ประกอบด้วย วัสดุประสงค์ คำชี้แจง สำหรับนักศึกษา และเนื้อหา โดยในตอนท้ายของแต่ละเนื้อหาจะมีแบบฝึกหัด และเฉลยแบบฝึกหัด เพื่อเสริมความเข้าใจด้วยตนเอง

2. แบบทดสอบเรื่องวงกลม จำนวน 1 ชุด มีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ โดยมีคะแนนข้อละ 1 คะแนน

วิธีการสร้างเครื่องมือ

ผู้จัดสร้างเครื่องมือตามลำดับคือไปนี้

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับบทเรียนสำเร็จรูป

3. สร้างบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม โดยมีขั้นตอนดังนี้

3.1 กำหนดเนื้อหาของบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม

3.2 ลงมือเขียนเนื้อหา แบบฝึกหัด และเฉลยคำตอบ

3.3 นำบทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลมที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับตัวอย่างครั้งที่ 1

จำนวน 1 คน เพื่อศึกษาปัญหาการใช้บทเรียนสำเร็จรูป

3.4 นำบทเรียนสำเร็จรูป มาปรับปรุงแก้ไขหลังจากได้ทำการทดลองครั้งที่ 1 แล้ว นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักศึกษาจำนวน 3 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของแบบฝึกเรียนด้วย ตนเองว่ามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ $80/80$ หรือไม่ ผลการหาประสิทธิภาพได้ $80.2/81.5$ ซึ่งสูงกว่า เกณฑ์ที่กำหนด แสดงว่าชุดแบบฝึกที่ผู้จัดสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ

4. สร้างแบบทดสอบเรื่องวงกลม เพื่อนำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการใช้ บทเรียนสำเร็จรูป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลผู้จัดได้ดำเนินการดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบไปทำการสอนกับกลุ่มตัวอย่างครั้งที่ 1 ก่อนที่นักศึกษาจะได้เรียนเรื่อง วงกลม โดยกำหนดเวลาทดสอบ 30 นาที

2. จัดให้กลุ่มตัวอย่างได้ศึกษาระบบทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้จัดสร้างขึ้น โดยใช้เวลาในการศึกษา 2 ชั่วโมง

3. นำแบบทดสอบไปทำการสอนช้ากับกลุ่มตัวอย่างเดิมครั้งที่ 2 หลังจากที่นักศึกษาได้ ศึกษาระบบทเรียนสำเร็จรูป โดยกำหนดเวลาทดสอบ 30 นาที

ผู้จัดเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 เมื่อวันที่ 12 มกราคม 2554

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยใช้โปรแกรม excel มาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ ค่าความถี่ ค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน



บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังต่อไปนี้

คะแนน	จำนวน	คะแนน	คะแนน	คะแนน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ผลต่างของคะแนนเฉลี่ย
		ต่ำสุด	สูงสุด	เฉลี่ย		ก่อนหลังใช้บทเรียน
ก่อนใช้บทเรียน	15	0.00	4.00	1.10	1.85	8.17
หลังใช้บทเรียน	15	4.00	9.00	9.27	0.97	

จากตาราง แสดงว่า จากการทดสอบในกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาจำนวน 15 คน โดยใช้แบบทดสอบ พบร่วมกันว่า คะแนนก่อนใช้บทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน คะแนนสูงสุดมีค่าเท่ากับ 4.00 คะแนน คะแนนเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 1.10 คะแนน ส่วนคะแนนหลังการใช้บทเรียนสำเร็จรูปมีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 4.00 คะแนน คะแนนสูงสุดมีค่าเท่ากับ 9 คะแนน และมีผลต่างของคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการใช้แบบฝึกเรียนมีค่าเท่ากับ 8.17 คะแนน ซึ่งแสดงว่าบทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษารisingสูงขึ้น



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้บทเรียนสำเร็จรูป เรื่องวงกลม
ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

สมมุติฐานการวิจัย

ผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มประชากรในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม ที่ลงทะเบียนเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 36 คน

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักศึกษาคณะสถาปัตยกรรม เลือกตัวอย่างโดยการสุ่มแบบเจาะจง
จำนวน 15 คน

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า จากการทดสอบในกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาจำนวน 15 คน โดยใช้
แบบทดสอบ พบร่วมกันก่อนใช้บทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 0
คะแนน คะแนนสูงสุดมีค่าเท่ากับ 4.00 คะแนน คะแนนเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 1.10 คะแนน ส่วนคะแนน
หลังการใช้บทเรียนสำเร็จรูปมีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 4.00 คะแนน คะแนนสูงสุดมีค่าเท่ากับ 9
คะแนน และมีผลต่างของคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังการใช้แบบฝึกเรียนมีค่าเท่ากับ 8.17 คะแนน
ซึ่งแสดงว่าบทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่ม
ตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาระดับนี้สูงขึ้น

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยซึ่งพบว่าบทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษารั้งนี้สูงขึ้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะบทเรียนสำเร็จรูปมีเนื้อหาและตัวอย่างที่มีความเฉพาะเจาะจงและชัดเจน รวมทั้งมีแบบฝึกหัด และคำตอบ คำอธิบายในแต่ละข้อ ดังนั้นจึงเป็นเหตุที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างสูงขึ้นหลังจากที่นักศึกษาได้ศึกษาจากศึกษาบทเรียนสำเร็จรูปแล้ว

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

เนื่องจากผลการวิจัยพบว่าการใช้บทเรียนสำเร็จรูปสามารถทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาสูงขึ้น ดังนั้น ควรมีการสร้างบทเรียนสำเร็จรูปเพิ่มขึ้นในหลาย ๆ บทเรียน และในหลาย ๆ วิชา เนื่องจากจะช่วยให้นักศึกษาได้มีแนวทางการศึกษาในเนื้อหาวิชานั้น ๆ อย่างมีทิศทาง ที่ชัดเจน และนักศึกษามีอิสระในการนำมาใช้ในการศึกษาเมื่อใดก็ได้ที่ต้องการ และเป็นการช่วยให้อาจารย์ผู้สอนมีเครื่องมือที่จะช่วยให้นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้บทเรียนสำเร็จรูป และความคิดเห็นของนักศึกษาที่มีต่อการใช้บทเรียนสำเร็จรูปว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ซึ่งหากพบว่ามีความสัมพันธ์กัน ก็จะเป็นการยืนยันว่าผลการใช้บทเรียนสำเร็จรูปสามารถเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาได้

บรรณานุกรม

นิตยา ตระกูลไทย. รายงานการใช้หนังสืออ่านเพิ่มเติม ชุด เที่ยวทั่วไทยไม่ไปไหนรู้ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕.
2552 .

นาเลียม จันทร์พร. รายงานผลการใช้คู่มือการศึกษาแหล่งเรียนรู้เรื่องเศรษฐกิจพอเพียง สำหรับ
นักศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แหล่งเรียนรู้ศูนย์ซัพพัฒนาการเกษตรสิรินธร จังหวัด
พิจิตร ศูนย์การศึกษานอกระบบและการศึกษาตามอัธยาศัยสำนักงานปลัดกระทรวงมหาดไทย จังหวัดพิจิตร. 2551.
ศักดิ์ชัย ศรีศรี. วิธีวิจัยเบื้องต้น. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ สงขลา 2553.
อัญชลี ธรรมวิธีกุล <http://panchalee.wordpress.com/2009/04/17/programinstructional>. สืบค้นเมื่อ
18 กันยายน 2553.



ภาคพนวก



บทเรียนสำเร็จรูปเรื่อง วงกลม (Circle)

วัตถุประสงค์

บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม มีวัตถุประสงค์ดังต่อไปนี้

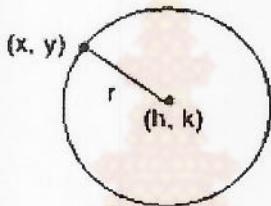
1. เพื่อให้นักศึกษาได้ศึกษาด้วยตนเองเรื่องวงกลม จากบทเรียนสำเร็จรูปนี้
2. เพื่อให้นักศึกษารู้ความสามารถทางส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลมได้

คำชี้แจง บทเรียนสำเร็จรูปเรื่องวงกลม มีส่วนประกอบ 3 ส่วน ได้แก่ เนื้อหา แบบฝึกหัด และเฉลยคำตอบ ให้นักศึกษาอ่านเนื้อหาและทำแบบฝึกหัดที่กำหนดให้ตามลำดับของเนื้อหา และตรวจสอบคำตอบตามที่เฉลยไว้ โดยไม่ควรดูเฉลยคำตอบก่อนการศึกษาเนื้อหาอย่างละเอียด

เนื้อหา

นิยาม วงกลมคือเซตของทางเดินจุด (x,y) ใด ๆ ในรูปแบบหนึ่ง โดยมีระยะทางจากจุด (x,y) ใด ๆ นั้น กับจุดกลางที่จุดหนึ่ง (จุดคงที่เรียกว่าจุดศูนย์กลางของวงกลม) มีค่าคงที่

ระยะทางจากจุด (x,y) ใด ๆ กับจุดศูนย์กลางของวงกลมก็คือรัศมี (r) นั่นเอง ดังนั้น ถ้าให้จุดศูนย์กลางของวงกลมแทนด้วยจุด (h,k) ดังรูป



$$\text{เราสามารถหาความยาวรัศมีได้โดยสูตร } r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\text{เมื่อยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้ว่า } r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2 \text{ หรือ}$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

ซึ่งจะเรียกสมการดังกล่าวว่า สมการวงกลมแบบมาตรฐาน

สมการวงกลมสามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้ $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงที่

ตัวอย่าง 1 กำหนดสมการวงกลม $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$ จงบอกจุดศูนย์กลางของวงกลม และความยาวรัศมี

วิธีทำ จากสมการของโจทย์เมื่อนำมาเปรียบเทียบสมการวงกลมแบบมาตรฐาน จะได้ว่า

$$(x - 2)^2 + (y - (-3))^2 = 4^2$$

$$\text{ดังนั้น } h = 2, k = -3, r = 4$$

นั่นคือ จุดศูนย์กลางของวงกลมคือจุด $(2, -3)$ รัศมียาว 4 หน่วย

ตอบ

อธิบาย ให้สังเกตเสมอว่า ในสมการวงกลมแบบมาตรฐาน x จะอยู่กับ h (อยู่ในวงเล็บเดียวกัน) ส่วน y จะอยู่กับ k (อยู่ในวงเล็บเดียวกัน) หรือ จำเป็นหลักกว่า x ถูก h , y ถูก k จากนั้นให้ระงับเครื่องหมายของ h และ k ว่าจะต้องเป็นบวกหรือลบ ดังนี้

จากตัวอย่าง $h = 2$ (เป็นบวก) เมื่อจากหลัง x เป็นเครื่องหมายลบ ซึ่งเป็นไปตามสมการวงกลมแบบมาตรฐานอยู่แล้ว

$k = -3$ (เป็นลบ) เมื่อจากเครื่องหมายหลัง y เป็นเครื่องหมายบวก ซึ่งไม่เป็นไปตามสมการวงกลมแบบมาตรฐาน (ถ้าเป็นไปตามสมการวงกลมแบบมาตรฐานเครื่องหมายหลัง y ต้องเป็นลบ) ดังนั้นจึงต้องจัดรูปเครื่องหมายหลัง y ให้เป็นลบ ซึ่งจะทำให้ $k = -3$ (เป็นลบ) เพราะ $y + 3 = y - (-3)$

รัศมี (r) เมื่อเทียบกับสมการวงกลมแบบมาตรฐานจะได้ว่า $r = 4$

ตัวอย่าง 2 กำหนดสมการ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ จัดให้อยู่ในรูปสมการวงกลมแบบมาตรฐาน พร้อมทั้งหาจุดศูนย์กลาง และรัศมี

วิธีทำ จาก $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

ขั้นที่ 1 นำพจน์เดียวกันอยู่ในวงเล็บเดียวกัน ค่าคงที่ย้ายไปข้างมือ

$$(x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) = -3$$

ขั้นที่ 2 จัดกำลังสองสมบูรณ์

$$(x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 = -3 \text{ หรือ}$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -3 + 1 + 4 = 2$$

ขั้นที่ 3 จัดให้อยู่ในรูปสมการวงกลมแบบมาตรฐาน โดยจัดพจน์ของค่าคงที่ด้านขวาของสมการอยู่ในรูปกำลังสอง

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = (\sqrt{2})^2 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

เมื่อเทียบสมการที่จัดรูปได้กับสมการวงกลมแบบมาตรฐาน จะได้ว่า

$h = 1, k = -2$ นั่นคือ จุดศูนย์กลางคือ $(1, -2)$ รัศมีเท่ากับ $\sqrt{2}$ หน่วย ตอบ

อธิบาย จัดกำลังสองสมบูรณ์ $(x^2 - 2x)$ มี 3 ขั้นตอนบ่อยดังนี้

ขั้นที่ 1 จะเห็นได้ว่าพจน์แรกคือ x^2 เมื่อจัดเป็นกำลังสองสมบูรณ์ จะเหลือกำลังหนึ่ง คือ x โดยนำมาระบบ เป็นพจน์แรกในวงเล็บ ซึ่งเป็นวงเล็บกำลังสอง

ขั้นที่ 2 พจน์ที่สองคือพจน์ x (กำลังหนึ่ง) ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เท่ากับ -2 เมื่อจัดเป็นกำลังสองสมบูรณ์จะเหลือ เพียงครึ่งหนึ่งของสัมประสิทธิ์เดิม คือ $\left(\frac{-2}{2} = -1\right)$ นำมาเขียนเป็นพจน์ที่สองในวงเล็บซึ่งเป็นวงเล็บ กำลังสอง และสังเกตว่าจะไม่มีการเขียนตัวแปร x ติดไว้ กด่าวคือจะเป็นค่าคงที่ (ตัวเลขเท่านั้น) ผลการจัด กำลังสองสมบูรณ์ตามข้อ 1-2 จะได้ $(x - 1)^2$

ขั้นที่ 3 จากการจัดในขั้นที่สอง จะมีค่าคงที่เกินมาเสมอ คือ ค่าคงที่ที่ได้จากขั้นตอนที่สองยกกำลังสอง นั่น คือค่าคงที่ที่เกินมาจะเท่ากับ $(-1)^2 = 1$ ค่าคงที่ที่เกินมาจะต้องถูกลบออกไปเสมอ ดังนั้นจะได้ว่า

$$(x^2 - 2x) = (x - 1)^2 - 1$$

จัดกำลังสองสมบูรณ์ $(y^2 + 4y)$ มีขั้นตอนเหมือนกับการจัดกำลังสองสมบูรณ์ดังที่ได้อธิบายตอนต้น กล่าวคือ

ขั้นที่ 1 จะเห็นได้ว่าพจน์แรกคือ y^2 เมื่อจัดเป็นกำลังสองสมบูรณ์ จะเหลือกำลังหนึ่ง คือ y โดยนำมาระบบ เป็นพจน์แรกในวงเล็บ ซึ่งเป็นวงเล็บกำลังสอง

ขั้นที่ 2 พจน์ที่สองคือพจน์ y (กำลังหนึ่ง) ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เท่ากับ 4 เมื่อจัดเป็นกำลังสองสมบูรณ์จะเหลือ เพียงครึ่งหนึ่งของสัมประสิทธิ์เดิม คือ $\left(\frac{4}{2} = 2\right)$ นำมาเขียนเป็นพจน์ที่สองในวงเล็บซึ่งเป็นวงเล็บ กำลังสอง และสังเกตว่าจะไม่มีการเขียนตัวแปร y ติดไว้ กด่าวคือจะเป็นค่าคงที่ (ตัวเลขเท่านั้น) ผลการจัดกำลัง สองสมบูรณ์ตามข้อ 1-2 จะได้ $(y + 2)^2$

ขั้นที่ 3 จากการจัดในขั้นที่สอง จะมีค่าคงที่เกินมาเสมอ คือ ค่าคงที่ที่ได้จากขั้นตอนที่สองยกกำลังสอง นั่น คือค่าคงที่ที่เกินมาจะเท่ากับ $(2)^2 = 4$ ค่าคงที่ที่เกินมาจะต้องถูกลบออกไปเสมอ ดังนั้นจะได้ว่า

$$(y^2 + 4y) = (y + 2)^2 - 4$$

ตัวอย่าง 3 กำหนดสมการ $3x^2 + 3y^2 - 12x + 4 = 0$ จงหาจุดศูนย์กลาง และรัศมี

วิธีทำ จัดสมการที่โจทย์กำหนดให้ ให้อยู่ในรูปสมการวงกลมแบบมาตรฐาน

$$3x^2 + 3y^2 - 12x + 4 = 0$$

$$3x^2 - 12x + 3y^2 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 + \frac{4}{3} = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4) + y^2 + \frac{4}{3} = 4$$

$$(x - 2)^2 + y^2 = 4 - \frac{4}{3}$$

$$(x - 2)^2 + y^2 = \frac{8}{3}$$

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = \left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางวงกลมคือ $(2,0)$ รัศมีเท่า $\sqrt{\frac{8}{3}}$ หน่วย

อธิบาย จัดให้พจน์ x อยู่ด้วยกัน กีอพจน์ $3x^2$ กับ $-12x$ อยู่ด้วยกัน ส่วนพจน์ y มีเพียง y^2 ไม่มี y กำลังหนึ่ง จึงเป็นพจน์เดียว และนำ 3 หารตลอดทุกพจน์เพื่อทำให้พจน์ $3x^2$ และ $3y^2$ มีสัมประสิทธิ์หายไป (เป็น 1) จากนั้นจัดพจน์ของ x และ y ให้อยู่ในรูปกำลังสองสองสมบูรณ์ แล้วนำไปเทียบกับสมการวงกลมแบบมาตรฐาน จะทำให้ทราบ h, k และ r

ตัวอย่าง 4 จงหาสมการวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-1,2)$ และรัศมี 3 หน่วย

วิธีทำ จากสมการวงกลมมาตรฐาน $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

แทนค่าจุดศูนย์กลาง $(h,k) = (-1,2)$ และ $r = 3$ จะได้ว่า

$$(x - (-1))^2 + (y - (2))^2 = 3^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

หรือ จัดในรูปสมการหัวไว้ไปดังนี้ $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 9$

$$x^2 + 2x + y^2 - 4y - 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

ตัวอย่าง 5 จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $(5,-2)$ และผ่านจุด $(-1,5)$

วิธีทำ จะหาสมการของวงกลมได้ก็ต่อเมื่อทราบรัศมี และจุดศูนย์กลาง

ซึ่งรัศมีคือความยาวเส้นตรงระหว่างจุด $(5,-2)$ และจุด $(-1,5)$

จากสูตรระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

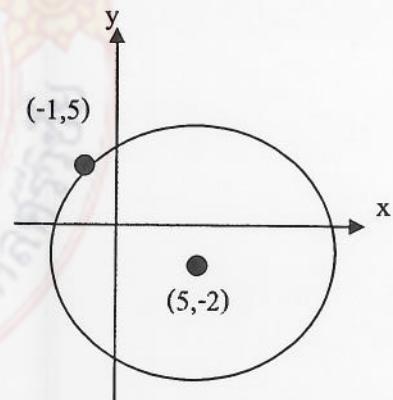
แทนค่า $d = \sqrt{(5 - (-1))^2 + ((-2) - 5)^2}$

$$d = \sqrt{36 + 49} = \sqrt{85}$$

จากสูตรสมการวงกลม $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

แทนค่า $(x - 5)^2 + (y - (-2))^2 = 85$

จัดรูปจะได้ $x^2 + y^2 - 10x + 4y = 56 \quad \underline{\text{ตอบ}}$



ตัวอย่าง 6 จงหาสมการวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุด $(5, -1)$ และ $(-3, 7)$

วิธีทำ หากจุดศูนย์กลาง (h, k) ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(5, -1)$ และ $(-3, 7)$

$$\text{จากสูตร จุดกึ่งกลาง } P = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$

$$\text{แทนค่า } P = \left(\frac{5-3}{2}, \frac{-1+7}{2} \right) = (1, 3) = (h, k)$$

หารัศมี ซึ่งเป็นระยะระหว่างจุด $(5, -1)$ ไปยังจุดศูนย์กลาง $(1, 3)$

$$\text{จากสูตรระยะทางระหว่างจุด } 2 \text{ จุด } r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

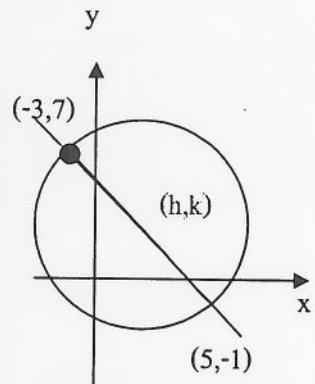
$$\text{แทนค่า } r = \sqrt{(5 - 1)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

$$\text{จากสูตรสมการวงกลม } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$\text{แทนค่า } (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 32$$

หรือจัดรูป

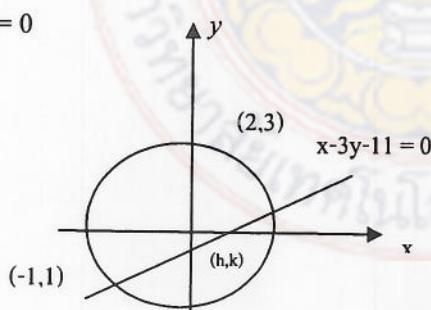
$$x^2 + y^2 - 2x - 6y = 22 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$



ตัวอย่าง 7 จงหาสมการวงกลมซึ่งผ่านจุด $(2, 3)$ และ $(-1, 1)$ โดยจุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่บนเส้นตรง

$$x - 3y - 11 = 0$$

วิธีทำ



ให้ (h, k) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ดังนั้นระยะทางจากจุด (h, k) ไปยังจุด $(2, 3) = \text{ระยะทางจากจุด } (h, k) \text{ ไปยังจุด } (-1, 1)$

$$\therefore \sqrt{(h-2)^2 + (k-3)^2} = \sqrt{(h+1)^2 + (k-1)^2}$$

$$\text{ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้างของสมการ } (h - 2)^2 + (k - 3)^2 = (h + 1)^2 + (k - 1)^2$$

เนื่องจากจุดศูนย์กลาง (h,k) อยู่บนเส้น $x-3y-11=0$

$$\text{แทนค่า } x = h, y = k \text{ จะได้ } h - 3k - 11 = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แก้สมการ (1) และ (2) จะได้ $h = \frac{7}{2}$, $k = \frac{-5}{2}$ นั่นคือ จุดศูนย์กลางคือ $\left(\frac{7}{2}, \frac{-5}{2}\right)$

หากความยาวรัศมีจากจุดศูนย์กลาง $\left(\frac{7}{2}, \frac{-5}{2}\right)$ กับจุด $(-1,1)$

$$r = \sqrt{\left(\frac{7}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{-5}{2} + 1\right)^2}$$

$$r^2 = \frac{130}{4}$$

จากสูตรสมการวงกลม $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

แทนค่า $h = \frac{7}{2}$, $k = \frac{-5}{2}$ และ r^2 จะได้ว่า สมการวงกลมคือ $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{130}{4}$

จักรูปจะได้ $x^2+y^2-7x+5y-14 = 0$ ตอบ

แบบฝึกหัดวงกลม

1. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $\left(\frac{3}{2}, -2\right)$ และรัศมียาว $\frac{5}{2}$ หน่วย
2. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $(4, -1)$ และผ่านจุด $(-1, 3)$
3. จงหาสมการวงกลม มีเส้นผ่าศูนย์กลางเชื่อมระหว่างจุด $(-3, 5)$ และ $(7, -3)$
4. กำหนดสมการวงกลม $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$ จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมี
5. กำหนดสมการวงกลม $2x^2 + 2y^2 - x = 0$ จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมี

เฉลย แบบฝึกหัดวงกลม

1. จากสมการวงกลม และแทนค่า $h = \frac{3}{2}$, $k = -2$, $r = \frac{5}{2}$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - \frac{3}{2})^2 + (y - (-2))^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$(x - \frac{3}{2})^2 + (y + 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

ตอบ

2. หารัศมี r ซึ่งคือระยะจากจุดศูนย์กลาง $(4, -1)$ กับ จุด $(-1, 3)$

$$r = \sqrt{(4 - (-1))^2 + ((-1) - 3)^2} = \sqrt{41}$$

$$\text{จากสมการวงกลม } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

แทนค่า $h = 4$, $k = -1$, $r = \sqrt{41}$ ในสมการวงกลมจะได้

$$(x - 4)^2 + (y - (-1))^2 = 41$$

$$\text{ขั้นตอน} \quad x^2 + y^2 - 8x + 2y - 24 = 0 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

3. หาจุดศูนย์กลาง (h, k) ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(-3, 5)$ และ $(7, -3)$

$$\text{จากสูตร } \text{จุดกึ่งกลาง } P = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\text{แทนค่า } P = \left(\frac{-3+7}{2}, \frac{5+(-3)}{2} \right) = (2, 1)$$

ดังนั้นจุดศูนย์กลางวงกลม $(h, k) = (2, 1)$

หารัศมี ซึ่งเป็นระยะระหว่างจุด $(-3, 5)$ ไปยังจุดศูนย์กลาง $(2, 1)$

จากสูตรระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$$\text{แทนค่า } r = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

จากสูตรสมการวงกลม $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$$\text{แทนค่า } (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 41$$

หรือจัดรูป

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 36 = 0$$

ตอบ

4. จากสมการ $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$

จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$x^2 - 8x + y^2 + 10y = 12$$

$$(x-4)^2 - 16 + (y+5)^2 - 25 = 12$$

$$(x-4)^2 + (y+5)^2 = 53$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางคือ $(4, -5)$ รัศมี $r = \sqrt{53}$ หน่วย ตอบ

5. จากสมการ $2x^2 + 2y^2 - x = 0$

จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์

$$2x^2 - x + 2y^2 = 0$$

$$\text{เอา } 2 \text{ หารตลอด } x^2 - \frac{x}{2} + y^2 = 0$$

$$(x - \frac{1}{4})^2 + (y - 0)^2 = 0$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางคือ $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$ รัศมี $r = \frac{1}{4}$ หน่วย ตอบ

แบบทดสอบเรื่องวงกลม

ชื่อ..... นามสกุล..... สาขาวิชา..... คณะ..... ชั้นปีที่.....

คำชี้แจง แบบทดสอบมีจำนวน 10 ข้อ ให้ทำเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบ เวลา 30 นาที

1. สมการวงกลม $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ เขียนในรูปสมการวงกลมแบบมาตรฐานได้ดังข้อใด

ก. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ ข. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

ก. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ ข. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

2. สมการวงกลม $2x^2 + 2y^2 - 12x + 2y + 1 = 0$ เขียนในรูปสมการวงกลมแบบมาตรฐานได้ดังข้อใด

ก. $(x - 3)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{35}{4}$ ข. $(x - 3)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{35}{4}$

ก. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = \frac{35}{4}$ ข. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = \frac{35}{4}$

3. ข้อใดคือวงกลมเดียวกับ $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

ก. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ ข. $x^2 + y^2 + 8x + 2y + 1 = 0$

ก. $2x^2 + 2y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$ ข. $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$

4. กำหนดสมการวงกลม $x^2 - \frac{4}{5}x + y^2 - 4y + \frac{29}{25} = 0$ จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมี

ก. $(\frac{2}{5}, 1), r = 3$ ข. $(\frac{2}{5}, 2), r = \sqrt{3}$

ก. $(2, 1), r = 4$ ข. $(2, -1), r = 1$

5. กำหนดสมการวงกลม $x^2 + 6x + y^2 - 14y = 23$ จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมี

ก. $(7, 1), r = 12$ ข. $(-3, 2), r = \sqrt{3}$

ก. $(-3, 7), r = 9$ ข. $(2, 4), r = 5$

6. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-4, 3)$ และมีเส้นสัมผัสวงกลมคือแกน y

ก. $x^2 + y^2 - 7x + 5y - 14 = 0$ ข. $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$

ก. $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 9 = 0$ ข. $x^2 + y^2 - 8x - 7y = 0$

7. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $(1, -1)$ และผ่านจุด $(2, 1)$

ก. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ ข. $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$

ก. $2x^2 + 2y^2 + 8x - 6y + 2 = 0$ ข. $3x^2 + 3y^2 - 8x - 7y = 0$

8. จงหาสมการวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางเป็นเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุด $(5,-1)$ และ $(-7,-5)$

ก. $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 30 = 0$

ข. $x^2 + y^2 + x - y + 9 = 0$

ค. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 22 = 0$

ง. $x^2 + y^2 - x - 4y - 2 = 0$

9. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-4,1)$ และมีเส้นสัมผัสวงกลมคือแกน x

ก. $x^2 + y^2 + x - y + 9 = 0$

ข. $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 16 = 0$

ค. $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$

ง. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$

10. จงหาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-12,5)$ และมีรัศมี 13

ก. $x^2 + y^2 + x - y + 9 = 0$

ข. $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 16 = 0$

ค. $x^2 + y^2 + 24x - 10y = 0$

ง. $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 51 = 0$

เฉลย

1. ค 2. ข 3. ง 4. ข 5. ค 6. ค 7. ก 8. ก 9. ข 10. ค